

**Моделювання мовного апарату людини  
в задачах комп'ютерного синтезу**

**Стеля Ігор**

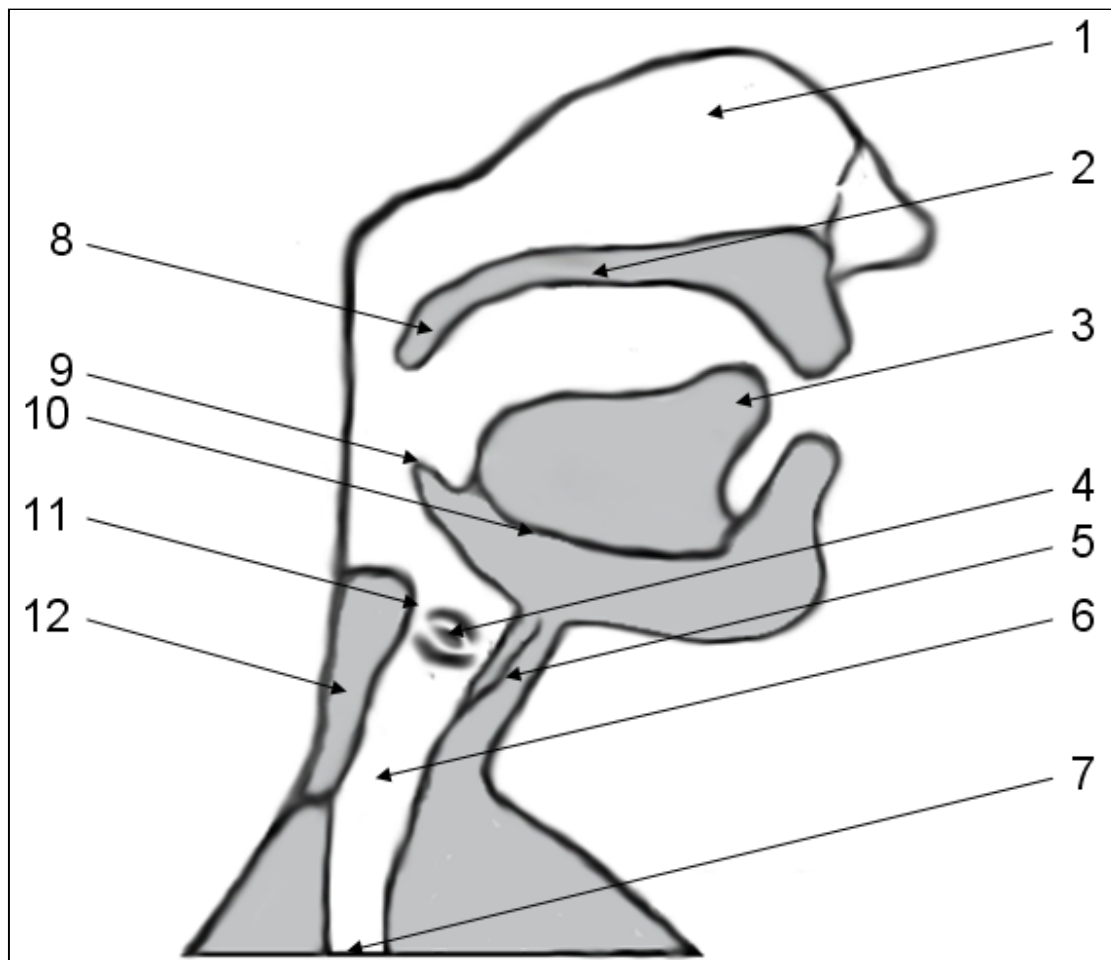
## Артикуляторний синтез

Артикуляторний синтез створює штучну мову шляхом безпосереднього моделювання людського мовного апарату. Цей метод являє собою синтез мови на базі обчислювальних методів, заснованих на моделях людського мовного апарату і артикуляційних процесах, що відбуваються у ньому. Моделі мовного апарату, як правило, включають модель мовного тракту і модель голосових зв'язок.

Розглядаються наступні задачі:

- 1) розробка чисельних алгоритмів та побудова комп'ютерної моделі голосових зв'язок людини на основі двомасової моделі Ішізаки – Фланагана;
- 2) розробка чисельних алгоритмів та побудова комп'ютерних моделей мовного тракту людини на основі рівнянь акустики та рівняння Вебстера;
- 3) розробка чисельних алгоритмів для розв'язання задачі відновлення параметрів мовного тракту на базі акустичного рівняння Клейна – Гордона за вимірюваним сигналом на виході;
- 4) створення програмно-алгоритмічного комплексу з інтерфейсом користувача для моделювання звуків, що утворює людина за допомогою голосових зв'язок та мовного тракту.

## Схематичне зображення мовного апарату людини



- 1 – носова порожнина,
- 2 – тверде небо,
- 3 – язик,
- 4 – голосові зв'язки,
- 5 – щитовидний хрящ,
- 6 – трахея,
- 7 – до легенів,
- 8 – м'яке небо,
- 9 – надгортанник,
- 10 – під'язикова кістка,
- 11 – кільцеподібний хрящ,
- 12 – стравохід

## Двомасова модель голосових зв'язок

Модель описує рух двох пов'язаних між собою мас під впливом тиску повітря з легенів. Система (1) описує рух мас під дією тисків  $p_{m1}(t)$  та  $p_{m2}(t)$ , що діють на поверхню першої та другої маси відповідно.

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + r_1 \frac{dx_1(t)}{dt} + k_1(x_1(t) - x_{01}) + k_c(x_1(t) - x_2(t)) &= l_g d_1 p_{m1}(t), \\ m_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + r_2 \frac{dx_2(t)}{dt} + k_2(x_2(t) - x_{02}) - k_c(x_1(t) - x_2(t)) &= l_g d_2 p_{m2}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $m_1$  і  $m_2$  – маси;

$x_1(t), x_2(t)$  – зміщення мас  $m_1$  і  $m_2$ ;

$x_{01}, x_{02}$  – початкове положення мас  $m_1$  і  $m_2$ ;

$t$  – час;

$r_1$  і  $r_2$  – коефіцієнти демпфування;

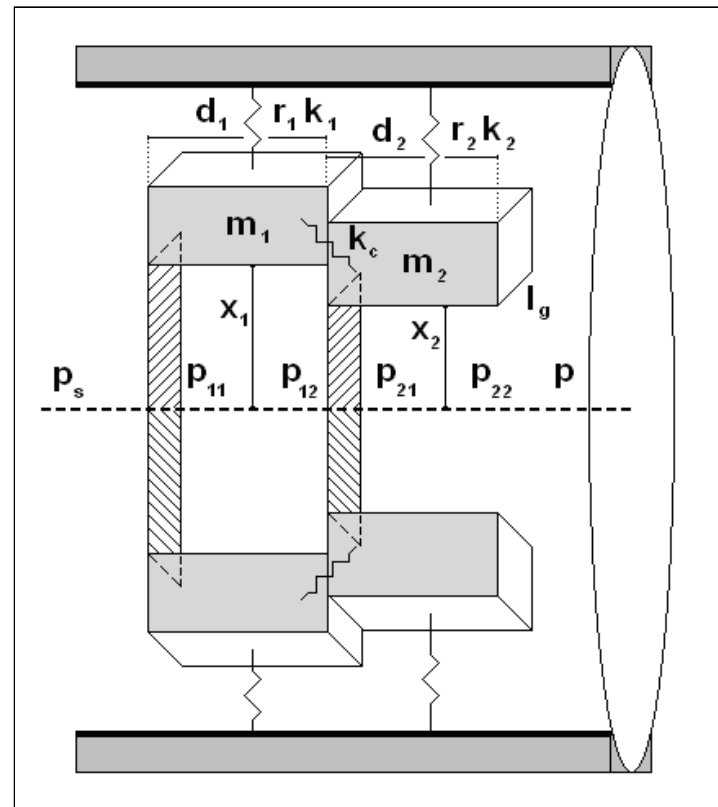
$k_1, k_2$  – пружність пружин для мас  $m_1$  і  $m_2$ ;

$k_c$  – пружність пружини, що з'єднує маси  $m_1$  і  $m_2$ ;

$d_1, d_2$  – товщина мас  $m_1$  і  $m_2$ ;

$l_g$  – діюча довжина голосових зв'язок;

$l_g d_1, l_g d_2$  – поверхні мас  $m_1$  і  $m_2$ , на які діють тиски  $p_{m1}(t)$  і  $p_{m2}(t)$ , відповідно.



$$p_{m1}(t) = \frac{1}{2}(p_{11}(t) + p_{12}(t)), \quad (2)$$

$$p_{m2}(t) = \frac{1}{2}(p_{21}(t) + p_{22}(t)).$$

Система розглядається при наступних початкових умовах:

$$x_1(t) = x_{01}, \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = x'_{01}, \quad t = 0, \quad (3)$$

$$x_2(t) = x_{02}, \quad \frac{dx_2(t)}{dt} = x'_{02}, \quad t = 0.$$

## Система рівнянь для змін тиску

Система рівнянь (4) описує зміни тисків у голосових зв'язках - від тиску  $p_s$ , що створюють легені, до тисків  $p_{11}(t), p_{12}(t), p_{21}(t), p_{22}(t)$  під лівим та правим кінцем першої та другої маси, відповідно, і до відновлення атмосферного тиску  $p$  внаслідок різкого розширення на верхньому кінці зв'язок.

$$\begin{aligned}
 p_s - p_{11}(t) &= 0.69\rho \frac{u_g^2(t)}{A_{g1}^2(t)} + \int_0^{l_c} \frac{\rho}{A_c(x)} dx \cdot \frac{du_g}{dt}, \\
 p_{11}(t) - p_{12}(t) &= 12\nu d_1 \frac{l_g^2 u_g(t)}{A_{g1}^3(t)} + \frac{\rho d_1}{A_{g1}} \cdot \frac{du_g}{dt}, \\
 p_{12}(t) - p_{21}(t) &= \frac{1}{2} \rho u_g^2(t) \left( \frac{1}{A_{g2}^2(t)} - \frac{1}{A_{g1}^2(t)} \right), \\
 p_{21}(t) - p_{22}(t) &= 12\nu d_2 \frac{l_g^2 u_g(t)}{A_{g2}^3(t)} + \frac{\rho d_2}{A_{g2}} \cdot \frac{du_g}{dt}, \\
 p_{22}(t) - p &= \frac{1}{2} \rho \frac{u_g^2(t)}{A_{g2}^2(t)} \left[ 2 \frac{A_{g2}(t)}{A_1} \left( 1 - \frac{A_{g2}(t)}{A_1} \right) \right],
 \end{aligned} \tag{4}$$

де  $\rho$  – густина повітря;

$\nu$  – зсувова в'язкість повітря;

$A_1$  – площа голосового тракту на вході;

$A_{gi}$  – площа голосової щілини під  $i$ -ю масою;

$l_c$  – довжина звуження;

$A_c(x)$  – площа поперечного перерізу звуження;

$u_g(t)$  – потік повітря;

$$A_{gi}(t) = (A_{g0i} + 2l_g x_i(t)), \quad i = 1, 2,$$

де  $x_1(t) \geq x_{01}$ ,  $x_2(t) \geq x_{02}$ ;

$A_{g01}, A_{g02}$  – залишкові площі в момент змикання голосових зв'язок.

Шуканою функцією є функція потоку повітря  $u_g(t)$ , що використовується в якості вхідних даних для моделей мовного тракту.

## Чисельний алгоритм

Використаємо позначення для зміщень та похідних:

$$V_1(t) = x_1(t), \quad V_2(t) = \frac{dx_1}{dt}, \quad V_3(t) = x_2(t), \quad V_4(t) = \frac{dx_2}{dt}$$

і перепишемо систему для зміщення мас у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{dV_1(t)}{dt} &= \varphi_1(V_2(t)), \\ \frac{dV_2(t)}{dt} &= \varphi_2(V_1(t), V_2(t), V_3(t); p_{11}(t), p_{12}(t)), \\ \frac{dV_3(t)}{dt} &= \varphi_3(V_4(t)), \\ \frac{dV_4(t)}{dt} &= \varphi_4(V_1(t), V_3(t), V_4(t); p_{21}(t), p_{22}(t)), \\ &t \in (0, T]. \end{aligned} \quad (5)$$

Систему для зміни тисків запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} f_1(p_{11}, u_g; V_1(t)) &= 0, \\ f_2(p_{11}, p_{12}, u_g; V_1(t)) &= 0, \\ f_3(p_{12}, p_{21}, u_g; V_1(t), V_2(t)) &= 0, \\ f_4(p_{21}, p_{22}, u_g; V_2(t)) &= 0, \\ f_5(p_{22}, u_g; V_2(t)) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Початкові умови:

$$\begin{aligned} V_1(0), V_2(0), V_3(0), V_4(0), \\ p_{11}(0), p_{21}(0), p_{21}(0), p_{22}(0), u_g(0). \end{aligned}$$

Для системи (5) використаємо метод Кутга-Мерсона.

Для системи (6) використаємо комбінацію методу Ньютона та ПВР. Нехай відомо розв'язок у момент часу  $t_k$ :

$$\begin{aligned} V_1(t_k), V_2(t_k), V_3(t_k), V_4(t_k), \\ p_{11}(t_k), p_{21}(t_k), p_{21}(t_k), p_{22}(t_k), u_g(t_k), \end{aligned}$$

тоді розв'язок систем в момент часу  $t_{k+1}$  знаходиться за допомогою формул:

$$\begin{aligned} V_1^{s+1}(t_{k+1}) &= KM(V_2(t_k)), \\ V_2^{s+1}(t_{k+1}) &= KM(V_1(t_k), V_2(t_k), V_3(t_k); p_{11}^s(t_{k+1}), p_{12}^s(t_{k+1})), \\ V_3^{s+1}(t_{k+1}) &= KM(V_4(t_k)), \\ V_4^{s+1}(t_{k+1}) &= KM(V_1(t_k), V_3(t_k), V_4(t_k); p_{21}^s(t_{k+1}), p_{22}^s(t_{k+1})), \\ p_{11}^{s+1}(t_{k+1}) &= p_{11}^s(t_{k+1}) + \omega \frac{f_1(p_{11}^s(t_{k+1}), u_g^s(t_{k+1}), V_1^{s+1}(t_{k+1}))}{\partial f_1 / \partial p_{11}}, \\ p_{12}^{s+1}(t_{k+1}) &= p_{12}^s(t_{k+1}) + \omega \frac{f_2(p_{11}^s(t_{k+1}), p_{12}^s(t_{k+1}), u_g^s(t_{k+1}), V_1^{s+1}(t_{k+1}))}{\partial f_2 / \partial p_{12}}, \\ p_{21}^{s+1}(t_{k+1}) &= p_{21}^s(t_{k+1}) + \omega \frac{f_3(p_{12}^{s+1}(t_{k+1}), p_{21}^s(t_{k+1}), u_g^s(t_{k+1}), V_1^{s+1}(t_{k+1}), V_3^{s+1}(t_{k+1}))}{\partial f_3 / \partial p_{21}}, \\ p_{22}^{s+1}(t_{k+1}) &= p_{22}^s(t_{k+1}) + \omega \frac{f_4(p_{21}^{s+1}(t_{k+1}), p_{22}^s(t_{k+1}), u_g^s(t_{k+1}), V_3^{s+1}(t_{k+1}))}{\partial f_4 / \partial p_{22}}, \\ u_g^{s+1}(t_{k+1}) &= u_g^s(t_{k+1}) + \omega \frac{f_5(p_{22}^{s+1}(t_{k+1}), u_g^s(t_{k+1}), V_3^{s+1}(t_{k+1}))}{\partial f_5 / \partial u_g} \end{aligned}$$

Ітераційна процедура вважається закінченою за виконання умови:  $|u_g^{s+1}(t_k) - u_g^s(t_k)| < \varepsilon$ .

## Результати розрахунків

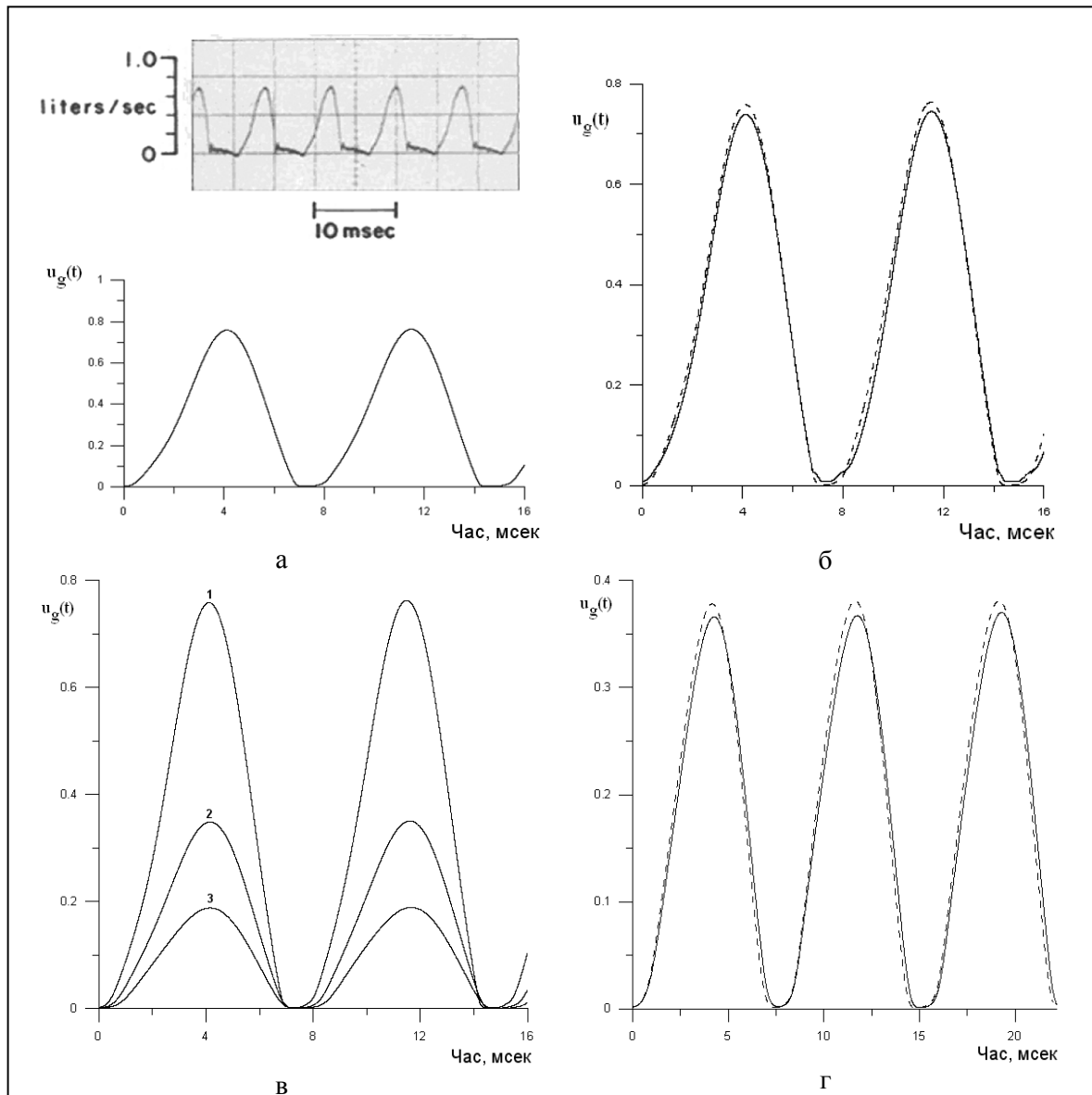


Рис. 1. Потік повітря  $u_g$  на виході з голосових зв'язок, виміряний за допомогою зворотної фільтрації (зверху) та розрахований за двомасовою моделлю (знизу) (а); потік повітря  $u_g$ , обчислений для нейтрального (пунктирна лінія) та придихального (суцільна лінія) типу фонації (б); результати розрахунків потоку повітря  $u_g(t)$  для трьох значень тиску на вході у голосову щілину  $p_{s1} = 0.02$ ,  $p_{s2} = 0.0012$ ,  $p_{s3} = 0.008$  (в); потік повітря  $u_g$  на виході з голосових зв'язок, обчислений з інерційними членами (суцільна лінія) та без них (пунктирна лінія) (г)

## Перевірка адекватності результатів моделювання

Аналітичні моделі потоку повітря у голосовій щілині базуються на ідеї, що похідна від потоку повітря може бути представлена у вигляді комбінації аналітичних функцій. Ці моделі не мають на меті дослідити колювання голосових зв'язок, а фокусуються на сигналі, що продукується динамічними процесами у гортані

Аналітична R – модель

$$u_g(t) = \begin{cases} \alpha \left( 3 \left( \frac{t}{t_p} \right)^2 - 2 \left( \frac{t}{t_p} \right)^3 \right), & 0 \leq t \leq t_p, \\ \alpha \left( 1 - \left( \frac{t - t_p}{t_p} \right)^2 \right), & t_p \leq t \leq t_p + t_n \leq t_0, \end{cases}$$

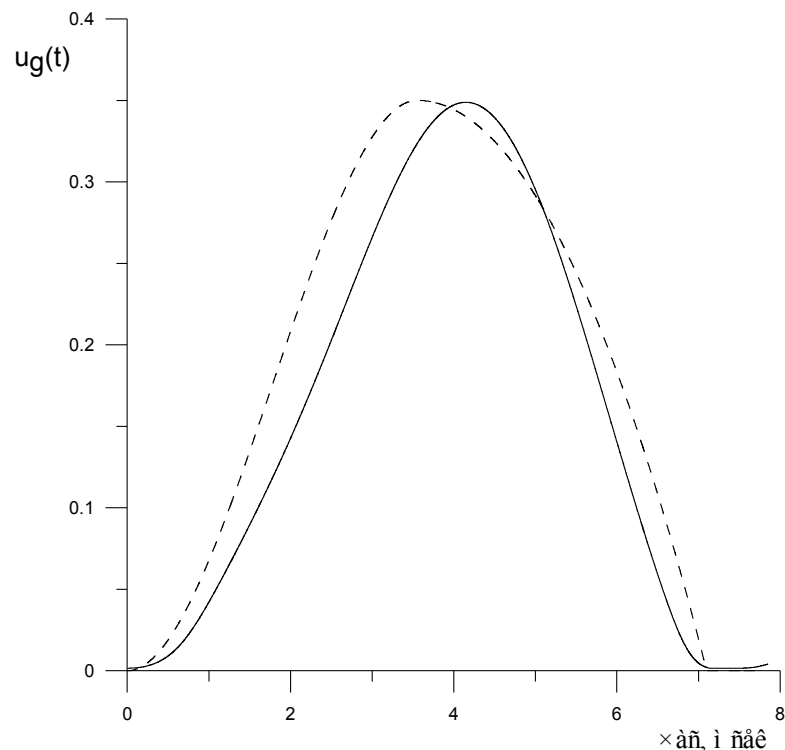
де  $\alpha$  – амплітуда,

$t_p$  – час відкриття,

$t_n$  – час закриття,

$t_0$  – період.

Рис. 2. Потік повітря  $u_g$  на виході з голосових зв'язок, обчислений за двомасовою моделлю (суцільна лінія), та R – моделлю (пунктирна лінія)





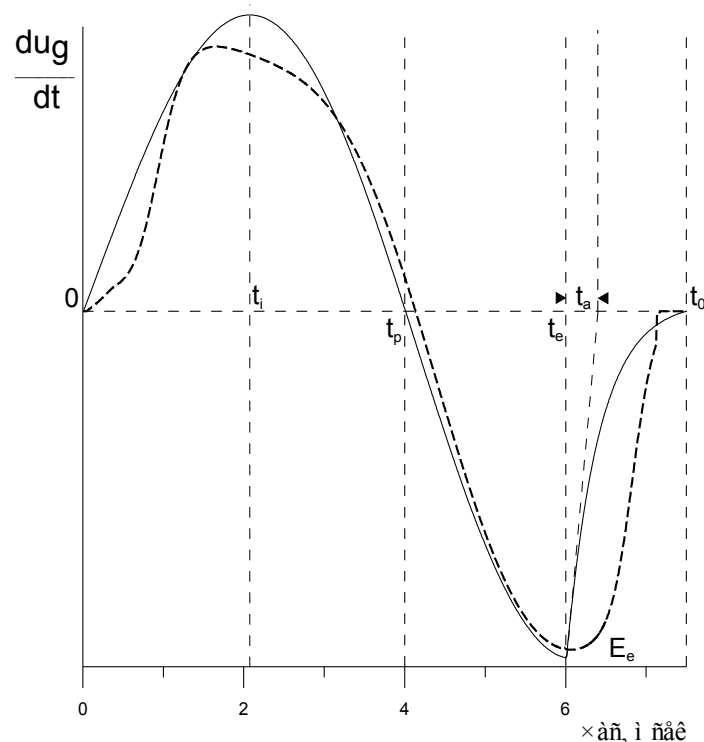
Для вивчення голосового джерела, окрім функції потоку повітря, використовується її похідна. Звичайний набір параметрів для кількісного опису коливань виводиться із залежності похідної потоку від часу і включає: амплітуду від'ємного піка, тривалість відкриття, тривалість закритої фази, проміжок часу між додатним і від'ємним піками, час повернення в початкове положення.

Аналітична LF – модель

$$\frac{du_g(t)}{dt} = \begin{cases} E_0 e^{\alpha t} \sin(\omega_g t), & 0 \leq t < t_e, \\ -\frac{E_e}{\varepsilon t_a} [e^{-\varepsilon(t-t_e)} - e^{-\varepsilon(t_c-t_e)}], & t_e \leq t < t_c, \\ 0, & t_c \leq t < t_0, \end{cases}$$

де  $t_0$  – період;  $t_e$  – відмітка мінімального значення похідної;  $t_a$  – визначається як точка, в якій тангенс перетинає вісь координат;  $t_c$  – момент, в який похідна під час фази закриття майже досягає нуля;  $E_e$  – абсолютне значення мінімуму похідної;  $\alpha$ ,  $\varepsilon$ ,  $\omega_g$  – деякі параметри.

Рис. 3. Чисельна похідна від потоку повітря, обчисленого за двомасовою моделлю (пунктирна лінія) та похідна, обчислена за LF моделлю (суцільна лінія)



## Модель мовного тракту на основі рівнянь акустики

Для моделювання розповсюдження акустичних хвиль у мовному тракті використовується система рівнянь акустики:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\rho}{S(x)} \frac{\partial u}{\partial t}, \\ -\frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{S(x)}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t}, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $0 \leq x \leq L, t > 0$ ,  $L$  – довжина мовного тракту,  $p(x, t)$  – тиск у тракті в момент часу  $t$ ,  $u(x, t)$  – об'ємна швидкість потоку,  $\rho$  – густина повітря в тракті,  $c$  – швидкість звуку і  $S(x)$  – функція площі поперечного перетину.

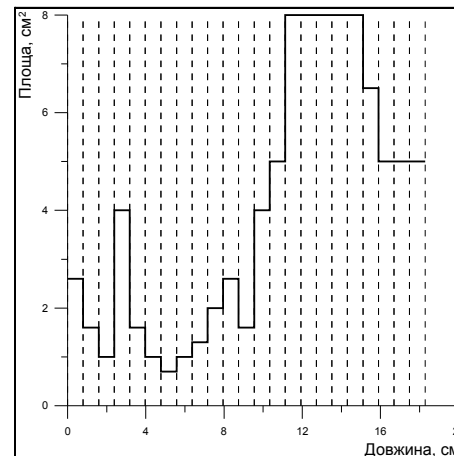
Крайові та початкові умови для системи акустики:  $u(0, t) = u_g(t)$ ,  $p(L, t) = 0$ ,  $p(x, 0) = 0$ ,  $u(x, 0) = 0$ .

Система розв'язується методом «чехарда»:

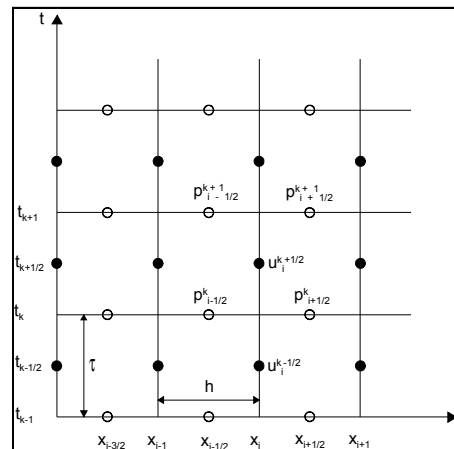
$$\begin{aligned} \rho \frac{u_i^{k+1/2} - u_i^{k-1/2}}{\tau} &= -S(x) \frac{p_{i+1/2}^k - p_{i-1/2}^k}{h}, \\ S(x) \frac{p_{i+1/2}^{k+1} - p_{i+1/2}^k}{\tau} &= -\rho c^2 \frac{u_{i+1}^{k+1/2} - u_i^{k+1/2}}{h}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} u_0^{k-1/2} &= u_g(t_k), \quad k = \overline{0, T}, \quad p_{N+1/2}^k = 0, \quad k = \overline{0, T}, \\ p_{i+1/2}^0 &= 0, \quad i = \overline{0, N}, \quad u_i^{-1/2} = 0, \quad i = \overline{0, N}, \end{aligned}$$

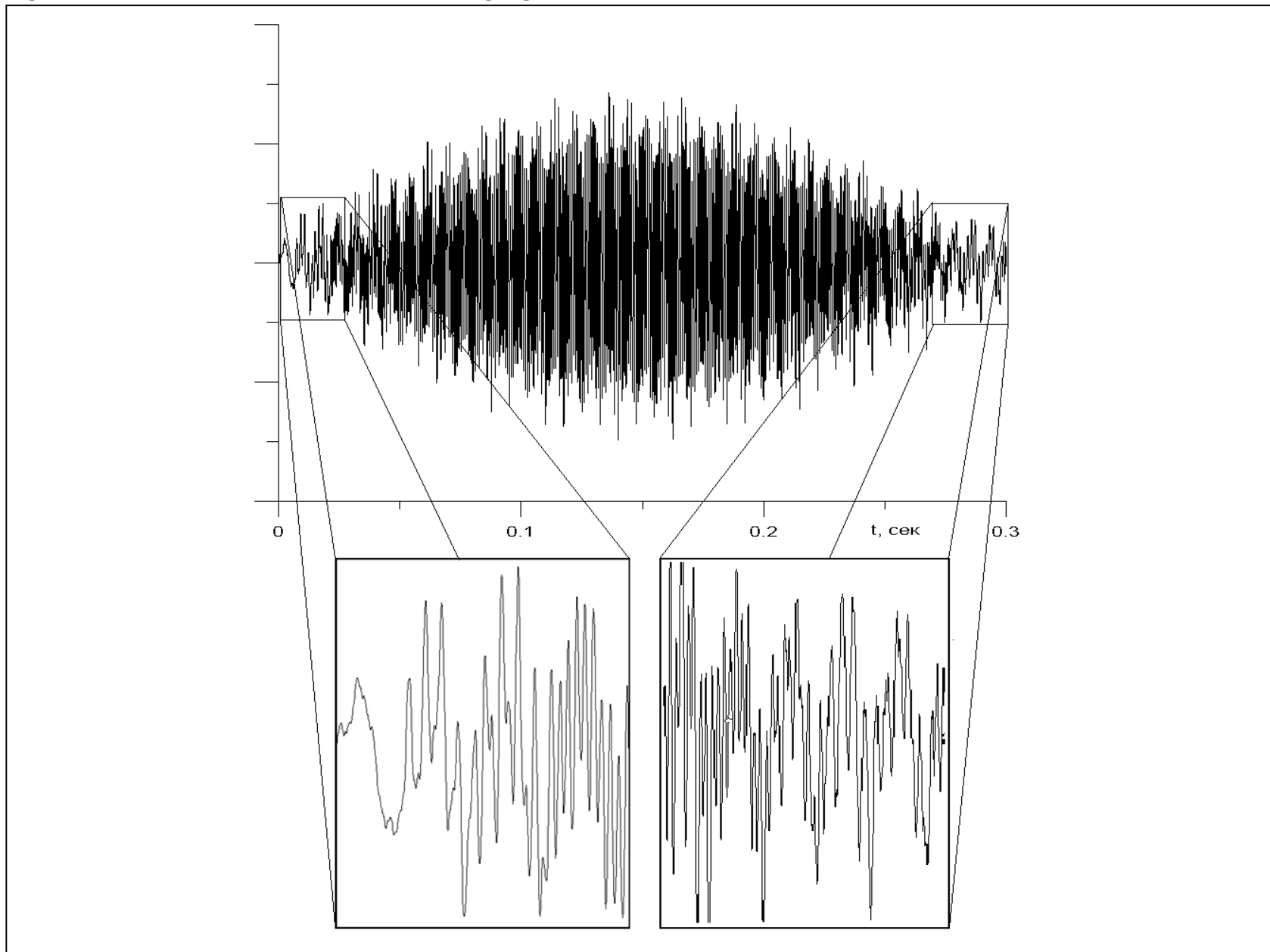
Тракт має неоднорідний поперечний переріз і розбивається на циліндричні секції однакової довжини з постійною площею перерізу.



Різницєва задача для апроксимації системи рівнянь будується на так званій рознесеній сітці.



## Результати моделювання звуку [a]



## Модель мовного тракту на основі рівняння Вебстера

Виключивши всі величини, що характеризують хвилю, крім одної, приведемо систему рівнянь акустики до рівняння Вебстера:

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{1}{S(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left( S(x) \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right), \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (9)$$

де  $x$  – просторова координата уздовж середньої лінії тракту в середньосагітальній площині,  $t$  – момент часу,  $p(x,t)$  – шуканий тиск у тракті,  $S(x)$  – профіль площ поперечного перерізу уздовж тракту,  $c$  – швидкість звуку в тракті.

Рівняння задовольняє крайовим

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = - \frac{\rho}{S(0)} \frac{du_g(t)}{dt}, \quad 0 < t \leq T, \quad x = 0,$$

$$p(x,t) = 0, \quad x = L, \quad 0 < t \leq T$$

та початковим умовам

$$p(x,t) = 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L.$$

Побудуємо тришарову неявну різницеву схему.

Для чисельного розв'язання диференціальної задачі

введемо різницеві сітки  $\varpi_\tau$ ,  $\varpi_h$ .

Система різницевих рівнянь для внутрішніх точок сіткової області записується у вигляді:

$$S(x_i) \frac{p_i^{k+1} - 2p_i^k + p_i^{k-1}}{\tau^2} = \quad (10)$$

$$= \frac{c^2}{h} \left[ \frac{(S(x_{i+1}) + S(x_i))}{2} \frac{p_{i+1}^{k+1} - p_i^{k+1}}{h} - \frac{(S(x_i) + S(x_{i-1}))}{2} \frac{p_i^{k+1} - p_{i-1}^{k+1}}{h} \right]$$

Апроксимуємо крайові

$$\frac{-3p_0^{k+1} + 4p_1^{k+1} - p_2^{k+1}}{2h} = - \frac{\rho}{S(x_0)} \frac{du_g(t_{k+1})}{dt}, \quad (11)$$

$$p_N^{k+1} = 0, \quad k = \overline{1, K_T - 1},$$

та початкові умови

$$p_i^0 = 0, \quad i = \overline{0, N}, \quad (12)$$

$$\frac{p_i^1 - p_i^0}{\tau} - \frac{c^2}{2S(x_i)h} \left[ \frac{(S(x_{i+1}) + S(x_i))}{2} \frac{p_{i+1}^0 - p_i^0}{h} - \frac{(S(x_i) + S(x_{i-1}))}{2} \frac{p_i^0 - p_{i-1}^0}{h} \right] = 0,$$

$$i = \overline{0, N}.$$

Для розв'язання системи різницевих рівнянь використовується ітераційний метод послідовної верхньої релаксації.

## Модель мовного тракту на основі рівняння Клейна-Гордона

Тиск  $P(x, t)$  і площа перерізу мовного тракту  $S(x)$  Крайові

в рівнянні Вебстера підкоряються принципу збереження енергії, тобто в середньому за період  $T$ ,

$$P(x, t)_T S(x) = \text{const}.$$

Нова змінна  $\varphi(x, t)$  визначається як

$$\varphi(x, t) = P(x, t)S(x)^{1/2}. \quad (13)$$

Тоді рівняння Вебстера може бути записане у формі:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2} - c^2 U(x) \varphi(x, t), \quad (14)$$

яка називається формою Клейна – Гордона.

Це рівняння має форму хвильового, де функція

$U(x)$  визначається як

$$U(x) = \frac{1}{2S(x)} \left\{ \frac{d^2 S(x)}{dx^2} - \frac{1}{2S(x)} \left[ \frac{dS(x)}{dx} \right]^2 \right\}. \quad (15)$$

При відомій функції  $U(x)$  функція  $S(x)$  знаходиться як розв'язок однорідного диференціального рівняння другого порядку

$$\frac{d^2 S(x)^{1/2}}{dx^2} - U(x)S(x)^{1/2} = 0. \quad (16)$$

$$2S(x) \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} - \varphi(x, t) = -2S(x)^{3/2} \frac{\rho}{S(x)} \frac{du_g(t)}{dt}, \quad 0 < t \leq T, \quad x = 0,$$

$$\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad x = L$$

та початкові умови

$$\varphi(x, t) = 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} = 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L.$$

Різницева задача для крайової задачі може бути

записана наступним чином:

$$\frac{\varphi_i^{k+1} - 2\varphi_i^k + \varphi_i^{k-1}}{\tau^2} = c^2 \left[ \frac{\varphi_{i+1}^{k+1} - 2\varphi_i^{k+1} + \varphi_{i-1}^{k+1}}{h^2} - U(x_i) \varphi_i^{k+1} \right], \quad (17)$$

$$i = \overline{1, N-1}, \quad k = \overline{1, K_T-1},$$

$$\frac{\varphi_1^{k+1} - \varphi_0^{k+1}}{h} = \left[ \frac{1}{2S(x_0)} + \frac{h}{2} U(0) \right] \varphi_0^{k+1} - \frac{\rho}{S^{1/2}(x_0)} \frac{du_g(t_{k+1})}{dt} + \frac{h}{2c^2} \frac{\varphi_0^{k+1} - 2\varphi_0^k + \varphi_0^{k-1}}{\tau^2},$$

$$\frac{\varphi_N^{k+1} - \varphi_{N-1}^{k+1}}{h} - \frac{h}{2} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\varphi_N^{k+1} - 2\varphi_N^k + \varphi_N^{k-1}}{\tau^2} + U(x_N) \varphi_N^{k+1} \right) = 0,$$

$$k = \overline{1, K_T-1},$$

$$\varphi_i^0 = 0, \quad i = \overline{0, N},$$

$$\frac{\varphi_i^1 - \varphi_i^0}{\tau} - \frac{\tau}{2} c^2 \left[ \frac{\varphi_{i+1}^0 - 2\varphi_i^0 + \varphi_{i-1}^0}{h^2} - U(x_i) \varphi_i^0 \right] = 0, \quad i = \overline{1, N-1}.$$

Для розв'язання системи різницевих рівнянь використовується ітераційний метод ПВР.

## Задача відтворення параметрів мовного тракту

Мовна обернена задача визначається як задача знаходження функції  $S(x)$  за вимірними параметрами мовного сигналу. Математично, ця задача розв'язується як задача пошуку мінімуму функціоналу:

$$J(U) = \int_0^T (\Phi_z(t) - \varphi_U(L, t))^2 dt, \quad \Phi_z = P_z(t)S(x_N)^{1/2}, \quad (18)$$

де  $P_z(t)$  - вимірний на виході з тракту тиск,  $\varphi_U(L, t)$  - розв'язок прямої задачі на виході з тракту для рівняння Клейна-Гордона при заданій функції  $U(x)$ .

Функціонал (18) мінімізується за умови, що  $\varphi_U(x, t)$  задовольняє крайовій задачі для рівняння Клейна-Гордона (14).

Розглянемо приріст функціоналу

$$\begin{aligned} \Delta J(U) &= J(U + h) - J(U) = \\ &= \int_0^T 2(\Phi_z(t) - \varphi(L, t; U)) \Delta \varphi dt + \int_0^T (\Delta \varphi)^2 dt \end{aligned}$$

де  $\Delta \varphi = \varphi(x, t; U + h) - \varphi(x, t; U)$ .

Запишемо задачу для  $\Delta \varphi$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (\Delta \varphi)}{\partial t^2} &= c^2 \left( \frac{\partial^2 (\Delta \varphi)}{\partial x^2} - U \Delta \varphi - h \varphi - h \Delta \varphi \right), \\ 2S(x) \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial x} - \Delta \varphi &= 0, \quad 0 < t \leq T, \quad x = 0, \\ \frac{\partial (\Delta \varphi)}{\partial x} &= 0, \quad 0 < t \leq T, \quad x = L, \\ \Delta \varphi &= 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \\ \frac{\partial (\Delta \varphi)}{\partial t} &= 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L. \end{aligned}$$

Для знаходження компонентів градієнта функціоналу використаємо спряжену задачу:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial t^2} &= c_0^2 \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} - c_0^2 U(x) \Psi(x, t), \\ &0 < x < L, \quad 0 < t \leq T, \\ 2S(x) \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} - \Psi(x, t) &= 0, \quad 0 < t \leq T, \quad x = 0, \\ \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} &= 2(\Phi_z(t) - \varphi(L, t; U)), \quad 0 < t \leq T, \quad x = L, \\ \Psi(x, t) &= 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \\ \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} &= 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L. \end{aligned} \quad (19)$$

При цьому градієнт функціоналу визначається за формулою:

$$J' = -\varphi \Psi. \quad (20)$$

Маємо такий алгоритм розв'язування оптимізаційної задачі:

- а) обираємо початкове керування  $U^0(x_i)$ ,  $i = \overline{0, N}$ ;
- б) знаходимо функцію  $\varphi(x, t)$ ,
- в) розв'язуємо спряжену задачу, отримуємо  $\Psi(x, t)$ ;
- г) задаємо нове керування  $U^m(x_i) = U^{m-1}(x_i) - \alpha^m J'$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$ ,  $\alpha$  - деякий кроковий множник

Пункти б) - г) повторюємо доти, доки не виконається умова  $\max_x |J'| < \varepsilon$ , де  $\varepsilon$  - задане мале число.

## Результати розрахунків

Для перевірки працездатності побудованого алгоритму була використана наступна стратегія. Розв'язується пряма задача та визначається сигнал на виході з тракту. Далі для розв'язання оберненої задачі ця функція використовується як відома.

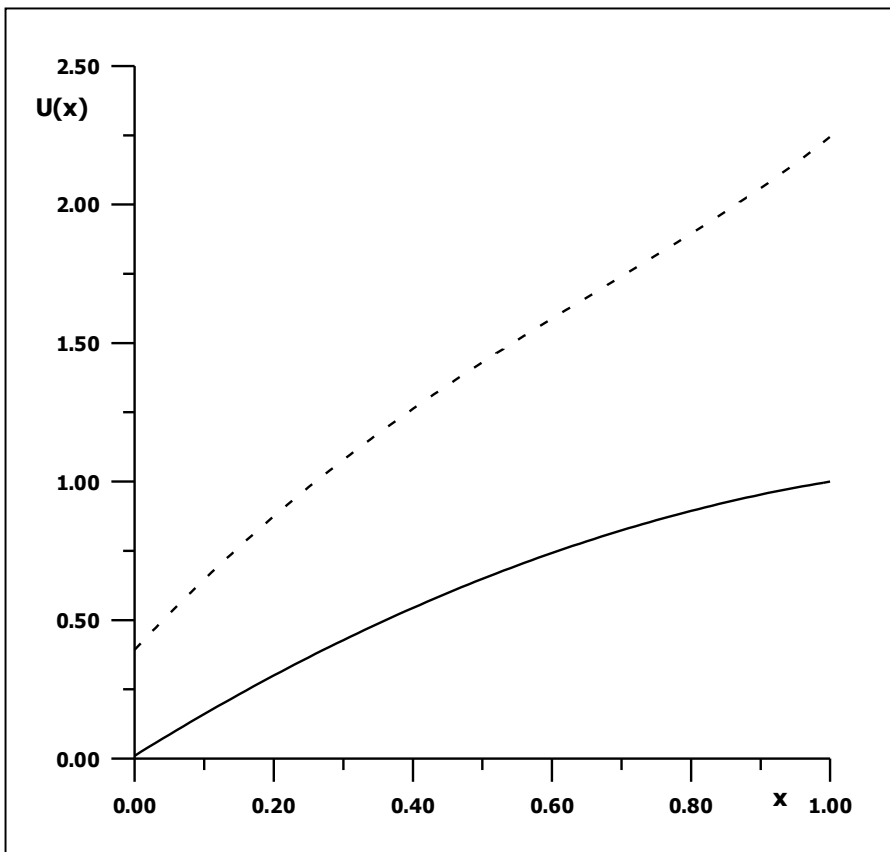


Рис. 4. Початкове наближення для функції  $U(x)$  (суцільна лінія), уточнена функція  $U(x)$  (пунктирна лінія)

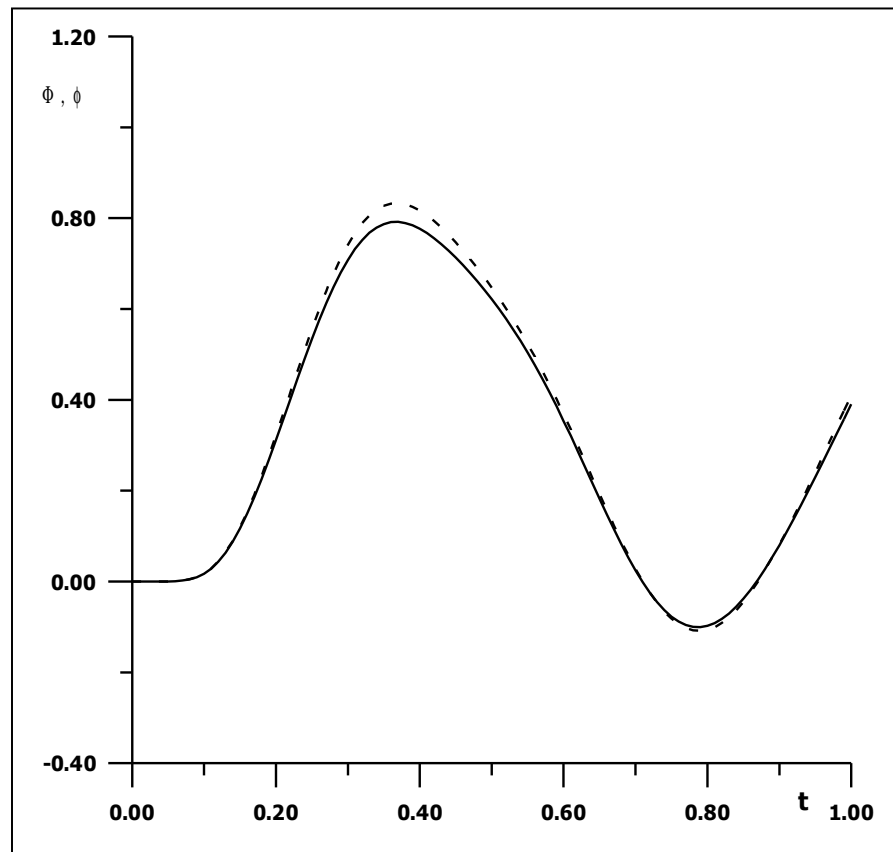


Рис. 5. Вимірний сигнал (суцільна лінія) на виході з тракту та його наближення, як розв'язок оберненої задачі (пунктирна лінія)

# Програмний комплекс та його застосування для синтезу голосу людини

Для зручного введення вихідних параметрів моделі та відображення результатів моделювання розроблено програмний комплекс з інтерфейсом користувача. За допомогою програмного забезпечення користувач може вивчати вплив параметрів моделей на параметри голосового джерела та вихідного мовного сигналу.

**а**

Результати Параметри Ввід  
Побудова графіків Параметри

**Параметри моделі:**

Перша маса M1 (г)	0.125	< >
Друга маса M2 (г)	0.025	< >
K1	0.08	< >
K2	0.008	< >
R1	R2	< >
Kc	0.025	< >
Lg (см)	1.4	< >
D1 (см)	0.25	< >
D2 (см)	0.05	< >

**Параметри для рівня Бернуллі:**

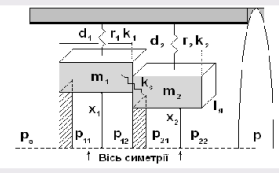
Pz (г/см <sup>2</sup> /с)	0.008	< >
P <sub>-</sub> (г/см <sup>2</sup> /с)	0	< >
Ню (г/см <sup>2</sup> /с)	1.95E-7	< >
Po (г/см <sup>2</sup> /с)	0.00114	< >
A1 (см/с)	5	< >

**Початкові умови:**

X01	0.0	X03	0.0
X02	0.001	X04	0.000

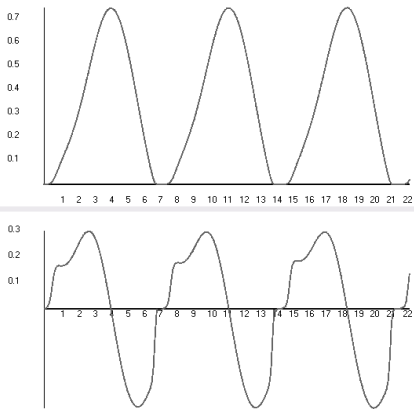
**Параметри чисельного метода:**

h	0.0002
w	0.01



**б**

Результати Параметри Ввід  
Побудова графіків Параметри



**Графік №1**

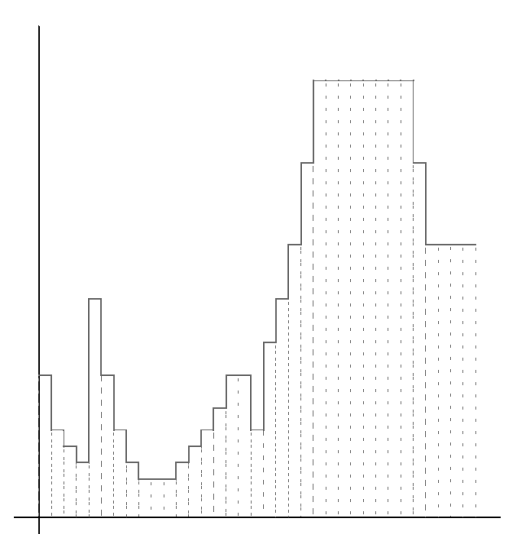
X	Y
0.001	0.0002615963
0.101	0.0004900318
0.201	0.0011256524
0.301	0.0026749006
0.401	0.0062080143
0.501	0.01349491

**Графік №2**

X	Y
0.002	5.8E-5
0.102	0.003485
0.202	0.009943
0.302	0.023016
0.402	0.05151
0.502	0.096712

**в**

Форма тракту Ввід  
Форма тракту



**Площа ного циліндра**

2.6
1.6
1.3
1
4
2.6
1.6
1
0.7
0.7
1
1
1
1

Кількість 35 Ширина кожного 0.5

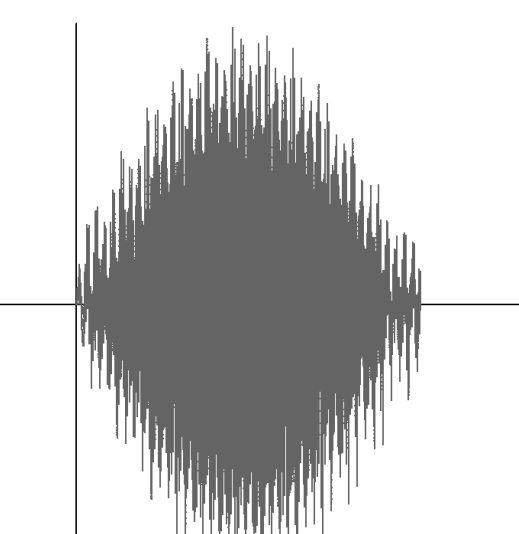
Зберіти

Відобразити ліні  
 Відобразити підписи  
 Підписи на осях через

X 0.1  
Y 0.1

**г**

Форма сигналу Ввід  
Форма сигналу



Відобразити ліні  
 Відобразити підписи  
 Підписи на осях через

X 0.1  
Y 0.1

Рис. 6.



## **Висновки**

Створена єдина система, яка дозволяє комп'ютерне відтворення звуків, що утворює людина на основі спільного використання фізичних моделей голосового джерела та мовного тракту.

Основні результати:

1. Розроблено удосконалений чисельний алгоритм для реалізації двомасової моделі голосових зв'язок Ішізаки – Фланагана, в основу якого покладено комбінацію методу розв'язання системи рівнянь коливання двох мас і методу розв'язання нелінійної системи для змін тиску.

2. За розробленим алгоритмом отримано та досліджено чисельні розв'язки моделі голосового джерела.

3. Розроблено чисельні алгоритми та побудовано комп'ютерні моделі мовного тракту людини на основі рівнянь акустики та рівняння Вебстера.

4. Розв'язано задачу відновлення параметрів мовного тракту за вимірюваним сигналом на виході для акустичного рівняння Клейна – Гордона.

5. Створено програмно-алгоритмічний комплекс з інтерфейсом користувача для моделювання звуків, що утворює людина за допомогою голосових зв'язок та мовного тракту, та для дослідження впливу різноманітних факторів та параметрів моделей у системі «голосове джерело – мовний тракт» на мовотворення.

**Дякую за увагу!**